Γιάννης Π. Πλατάρος M.edu. Διδακτικής & Μεθοδολογίας των Μαθηματικών

Γιατί ο πολλαπλασιασμός κλασμάτων, γίνεται, όπως γίνεται;[1]

(γιατί δηλ. πολλαπλασιάζουμε αριθμητή με αριθμητή και παρονομαστή με παρονομαστή;)

Θέλουμε να εξηγήσουμε τον γνωστό κανόνα του πολλαπλασιασμού κλασμάτων , μιας και πουθενά στα σχολικά βιβλία δεν δίδεται κάποια ικανοποιητική εξήγηση , πέραν μιας εμπειρικής επαληθεύσεως

Πρώτα πρέπει να γίνει κατανοητό, ότι :

Όταν γράφουμε $\frac{\kappa}{\lambda}$ με κ, λ∈ **ã** , εννοούμε, ότι έχουμε πάρει μια μονάδα, την έχουμε χωρίσει σε λ ίσα μέρη, έκαστο των οποίων συμβολίζουμε με $\frac{1}{\lambda}$ και έχουμε λάβει κ το πλήθος από αυτά τα μέρη . Δηλ.

$$\underbrace{\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\lambda}+\ldots\frac{1}{\lambda}}_{\kappa\ \text{το πλήθος}\ \frac{1}{\lambda}}=\kappa\cdot\frac{1}{\lambda}=\frac{\kappa}{\lambda} \qquad (1)$$

Κατά δεύτερο λόγο, πρέπει να εξηγηθεί η παρακάτω σειρά ισοδυναμιών:

$$1\cdot 1=1\Leftrightarrow$$

$$\frac{\nu}{\nu}\cdot\frac{\mu}{\mu}=1\Leftrightarrow (1)$$

$$\nu\cdot\frac{1}{\nu}\cdot\mu\cdot\frac{1}{\mu}=1\Leftrightarrow (\text{αντιμεταθετική}\ \&\ \text{προσεταιριστική})$$

$$\nu\cdot\mu\left(\frac{1}{\nu}\cdot\frac{1}{\mu}\right)=1\Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{\nu}\cdot\frac{1}{\mu}=\frac{1}{\nu\cdot\mu} \qquad (2)$$

Επίσης, $\frac{\kappa}{\nu}\cdot\frac{\lambda}{\mu}\underset{(1)}{=}\kappa\cdot\frac{1}{\nu}\cdot\lambda\cdot\frac{1}{\mu}\underset{(2)}{=}\kappa\cdot\lambda\cdot\frac{1}{\nu\cdot\mu}\underset{(1)}{=}\frac{\kappa\cdot\lambda}{\nu\cdot\mu}$ *ό.έ.δ.*

Τα παραπάνω, μπορούν να εξηγηθούν και εποπτικά –γεωμετρικά με χρήση εμβαδού ορθογωνίου ή (ειδικότερα) τετραγώνου πριν πάμε στο ορθογώνιο. Ας ξεκινήσει ο αναγνώστης με ένα τετράγωνο πλευράς ν∈ **ã** και ας αναζητηθεί τι σημαίνει το $\frac{1}{\nu}\cdot\frac{1}{\nu}$ και με τι ισούται σύμφωνα με την γεωμετρική εποπτεία.

---

[1] Ο λόγος αυτού του μαθηματικού σχολίου, είναι το γεγονός της μη ύπαρξης ικανοποιητικής εξήγησης για τον «κανόνα πολλαπλασιασμού κλασμάτων» **σε κανένα** διδακτικό βιβλίο Δημοτικού, Γυμνασίου ή Λυκείου. Επίσης , δεν υπάρχει λόγος να γίνει αυτό αντιληπτό στην στοιχειώδη Θεωρία Ομάδων ως άσκηση του τύπου $(\alpha - \beta)^{-1}=\beta^{-1} - \alpha^{-1}$ με τα α, β στοιχεία μιας ομάδος G